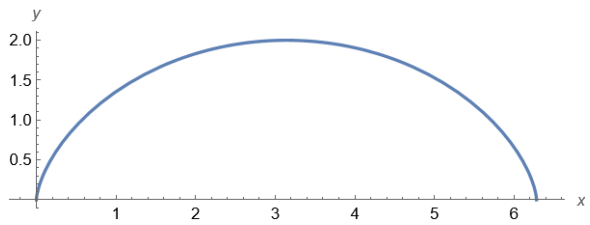
תרגיל בית 8

מבוא מתמטי לפיזיקה 1

העזרו בחומר שלמדתם בהרצאה בנוסף לתרגול. בנוסף, נסו לעבור על התרגילונים הנמצאים בתרגולים.

1. נתונות הפונקציות $f(x) = \sqrt{x}$ ו $g(x) = 2x^{1/4}$.
   (א) מצאו את נקודות ההחיתוך של הפונקציות.
   (ב) חשבו את השטח הכלוא בין הפונקציות
   (ג) חשבו את נפח גוף הסיבוב הכלוא בין הפונקציות עבור סיבוב סביב ציר x.
2. נתונות הפונקציות $f(x) = \sinh(x)$ ו-$g(x) = \cosh(x)$. חשבו בתחום $x \in (0, \infty)$ את השטח הכלוא בין הפונקציות.
3. חשבו את אורך העקומות הבאות בתחומים המבוקשים.
   (א) $y = \ln\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)$ בתחום $2 < x < 4$.
   (ב) בהצגת פרמטרית $x(t) = e^t \cos t$ ו- $y(t) = e^t \sin t$ בתחום $0 < t < 4$.
   (ג) **צקלואידה** : בהצגה פרמטרית $x(\theta) = \theta - \sin\theta$ ו- $y(\theta) = 1 - \cos\theta$ בתחום $0 < \theta < 2\pi$.



איור 1: מצוירת צקלואידה.

1. מצאו את הנפח ושטח המעטפת של גוף הסיבוב המתקבל מסיבוב מחזור אחד של **הצקלואידה** סביב ציר x.
2. בכיתה ראינו חישוב של אורך עקומה של חצי מעגל. חשבו את אורך העקומה בעזרת הפרמטריזציה

$$x = R\frac{1-t^2}{1+t^2}, \qquad y = R\frac{2t}{1+t^2}$$

כאשר הפרמטר $t \in (-\infty, \infty)$.

3. בעזרת הנוסחאות עבור נפח ושטח מעטפת של גוף סיבוב, מצאו את הנפח ושטח המעטפת של חרוט שגבוהו h ורדיוס בסיסו a . **הדרכה** : חרוט הינו גוף סיבוב של קו ישר משופע. מצאו את משוואות הישר המתאימה לשאלה.

4. נתונה העקומה $y = a\cosh(x/a)$ עבור $a > 0$

(א) חשבו את השטח בין העקומה, ציר ה-x והישירים $x = \pm a$.

(ב) חשבו את נפח הגוף המתקבל מסיבוב השטח הנ"ל סביב ציר x.

(ג) חשבו את נפח הגוף המתקבל מסיבוב השטח הנ"ל סביב ציר y. רמז: זה לא הנוסחה של גוף סיבוב סביב ציר y בלבד.

(ד) חשבו את שטח המעטפת של גוף הסיבוב המתקבל מסיבוב **העקומה** סביב ציר y בתחום $-a < x < a$.

בהצלחה!